ETF Matematika 1: vektori

Zadaci za samostalni rad

ETF, UCG, Oktobar 2020.

1. Tjemena trougla $\triangle ABC$ su tačke $A(3,-4,-1)$, $B(-1,4,3)$ i $C(2,-2,-3)$. Odrediti koordinate tačke T koja leži na duži AB tako da važi jednakost $\measuredangle(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CT}) = \measuredangle(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CT})$.

2. Tačke $A(0,-2,0)$, $B(2,0,-3)$, $C(1,-1,3)$ i $D(-2,2,0)$ su tjemena tetraedra. Ako je S podnožje visine trougla $\triangle ACD$ iz tjemena A, a T težište strane $\triangle ABC$, izračunati ugao $\measuredangle SAT$.

3. Neka je T presječna tačka dijagonala paralelograma $ABCD$, i neka je S podnožje visine trougle $\triangle TCD$ is tjemena T. Izraziti vektor $\overrightarrow{ST}$ u bazi $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{BA}$ i $\overrightarrow{q} = \overrightarrow{BD}$.

4. Data je pravilna četvorostrana piramida sa vrhom u tački O i osnovom $ABCD$. Neka je T podnožje visine te piramide. Ako je $\overrightarrow{OA} = (0,5,-1)$, a $\overrightarrow{OC} = (-4,3,1)$ odrediti vektore $\overrightarrow{OT}$ i $\overrightarrow{OB}$.

5. Osnova piramide $ABCDE$ zapremine $V = 15$ je paralelogram $ABCD$ čija je dijagonala $\overrightarrow{BD} = (1,1,0)$, a ivica $\overrightarrow{AB} = (3,2,1)$. Podnožje visine piramide se poklapa sa tjemenom B, a tjeme D sa koordinatnim početkom. Odrediti koordinate vrha E.

6. Strane ABC i ABD tetraedra $ABCD$ su jednakokraki trouglovi sa zajedničkom osnovicom AB koji leže u međusobno ortogonalnim ravnima. Neka je T podnožje visine tetraedra iz tjemena D. Ako je zapremina tetraedra $V = 16$, a $\overrightarrow{AT} = (2,3,1)$ i $\overrightarrow{BC} = (1,0,2)$ odrediti koordinate vektora $\overrightarrow{TD}$.

7. Vektori $\overrightarrow{m}$, $\overrightarrow{n}$ i $\overrightarrow{p}$ zadovoljavaju sljedeće relacije:
$$\overrightarrow{m}\perp\overrightarrow{n}, \quad (\overrightarrow{n}+\overrightarrow{p})\perp(\overrightarrow{n}-\overrightarrow{p}), \quad \measuredangle(\overrightarrow{m},\overrightarrow{p}) = \measuredangle(\overrightarrow{n},\overrightarrow{p}),$$
$$|\overrightarrow{n}| = |\overrightarrow{m}\times\overrightarrow{n}| = (\overrightarrow{n}-4\overrightarrow{m})\cdot\overrightarrow{p} = 2.$$
Izračunati $|(\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n})\cdot\overrightarrow{m} + (\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{p})\cdot\overrightarrow{n} + (\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{m})\cdot\overrightarrow{p}|$.

8. Dati su jedinični vektori $\overrightarrow{m}$, $\overrightarrow{n}$, $\overrightarrow{p}$, takvi da je $\measuredangle(\overrightarrow{m},\overrightarrow{n}) = \frac{2\pi}{3}$, $\measuredangle(\overrightarrow{m},\overrightarrow{p}) = \measuredangle(\overrightarrow{n},\overrightarrow{p}) = \frac{\pi}{2}$. Dati vektori čine desno orijentisanu bazu. Ako je $\overrightarrow{a} = 3\overrightarrow{m}+\overrightarrow{n}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{p}+2\overrightarrow{n}$ i $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{m}-\overrightarrow{p}$ izračunati $(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{c}$.